

**Zadání a řešení testu z matematiky a zpráva
o výsledcích přijímacího řízení do magisterského
navazujícího studia od podzimu 2016**

**Zpráva o výsledcích přijímacího řízení
do magisterského navazujícího studia od podzimu 2016**

Počet podaných přihlášek	398
Počet přihlášených uchazečů	357
Počet uchazečů, kteří splnili podmínky přijetí	256
Počet uchazečů, kteří nesplnili podmínky přijetí	101
Počet uchazečů přijatých ke studiu, bez uvedení počtu uchazečů přijatých ke studiu až na základě výsledku přezkoumání původního rozhodnutí	256
Počet uchazečů přijatých celkem	256
Percentil pro přijetí	10,00

Základní statistické charakteristiky

	Matematika	Informatika	Celkem	
Počet otázek	25	30	55	
Počet uchazečů, kteří se zúčastnili přijímací zkoušky	192	193	193	
Nejlepší možný výsledek	25.00	30.00	55.00	
Nejlepší skutečně dosažený výsledek	25.00	25.75	47.75	
Průměrný výsledek	14.95	12.61	27.49	
Medián	16.25	13.00	28.75	
Směrodatná odchylka	5.52	5.06	9.69	
	Percentil			
Decilové hranice výsledku *	10	7.50	5.75	14.50
	20	10.25	8.00	18.75
	30	12.25	10.00	23.00
	40	14.25	12.00	26.00
	50	16.25	13.00	28.75
	60	17.00	14.00	31.25
	70	18.25	15.50	33.50
	80	19.75	16.50	35.75
	90	21.25	19.00	39.50

* Decilové hranice výsledku zkoušky vyjádřené d1, d2, d3, d4, d5, d6, d7, d8, d9 jsou hranice stanovené tak, že rozdělují uchazeče seřazené podle výsledku zkoušky do stejně velkých skupin, přičemž d5 je medián.

Přijímací zkouška - Matematika

Jméno a příjmení - pište do okénka	Číslo přihlášky	Číslo zadání
		25

Množiny, relace, funkce, logika

1 Uvažme výrok "**Každý student, který uspěl u přijímacích zkoušek, byl přijat.**" Který z následujících výroků je jeho negací?

- A Všichni studenti byli přijati.
- *B Existuje student, který uspěl u přijímacích zkoušek a nebyl přijat.
- C Žádný student, který uspěl u přijímacích zkoušek, nebyl přijat.
- D Existuje student, který neuspěl u přijímacích zkoušek a byl přijat.
- E Žádný student nebyl přijat.

2 Která z následujících relací na množině celých čísel $\mathbb{Z} = \{\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots\}$ je **tranzitivní**?

- A $\{(x, y) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \mid x \neq y\}$
- B $\{(x, y) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \mid x = -y\}$
- C $\{(x, y) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \mid 2x = y\}$
- D $\{(x, y) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \mid x + y = 3\}$
- *E $\{(x, y) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \mid x = y\}$

3 Která z následujících relací na množině $\{a, b, c\}$ **není podmnožinou žádné relace uspořádání** na množině $\{a, b, c\}$? (Uspořádání je reflexivní, antisymetrická a tranzitivní relace.)

- A $\{(a, a), (b, c), (b, a)\}$
- *B $\{(a, b), (b, c), (c, a)\}$
- C $\{(a, a), (a, b), (b, c)\}$
- D $\{(a, a), (b, b)\}$
- E \emptyset (tj. prázdná relace)

4 Pro dané množiny A a B označme symbolem $\mathcal{P}(A)$ množinu všech podmnožin množiny A a symbolem $A \setminus B$ množinový rozdíl množin A a B . Kolik prvků má množina $\mathcal{P}(\{a, b, c\}) \setminus \mathcal{P}(\{a, b\})$?

- A 5
- B 2
- C 6
- *D 4
- E 1

5 Mějme libovolnou množinu A a libovolnou funkci f typu $A \rightarrow A$. Jaké z následujících tvrzení obecně platí pro funkci f a libovolné dva prvky $x, y \in A$?

- A $f(x) = x$.
- B Pokud $x \neq y$, pak $f(x) \neq f(y)$.
- C $f(x) \neq x$.
- *D Pokud $x = y$, pak $f(x) = f(y)$.
- E Pokud $f(x) = f(y)$, pak $x = y$.

6 Kolik **splňujících přiřazení** má výroková formule $A \Rightarrow (B \vee (B \Leftrightarrow C))$? (A, B a C jsou různé výrokové proměnné.)

- A 1
- B 4
- *C 7
- D 2
- E 8

Lineární algebra

7 Spočítejte determinant následující matice:

$$\begin{pmatrix} 3 & -2 & -3 \\ -1 & 5 & 7 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

- *A 1
- B 2
- C 0
- D 5
- E 4

8 $\begin{pmatrix} 2 & 1 & -3 \\ 5 & -2 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 6 & 5 \\ 5 & 3 \end{pmatrix} =$

- A $\begin{pmatrix} 6 & 2 \\ 30 & -10 \end{pmatrix}$
- B Součin zadaných matic není definován.
- C $\begin{pmatrix} 5 & 3 \\ 11 & 3 \end{pmatrix}$
- D $\begin{pmatrix} -3 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 3 \\ 2 & 5 & 1 \end{pmatrix}$
- *E $\begin{pmatrix} -3 & 0 \\ -2 & -3 \end{pmatrix}$

- 9** Uvažme následující soustavu rovnic nad \mathbb{R} :

$$\begin{aligned} 3x + 2y + z &= 2 \\ x - 2y + z &= -2 \\ -2x - 4y - 4z &= -4 \end{aligned}$$

Které z následujících tvrzení je pravdivé?

- *A Soustava má právě jedno řešení.
- B Všechny body \mathbb{R}^3 jsou řešením dané soustavy.
- C Soustava má nekonečně mnoho řešení, přičemž množina všech řešení tvoří rovinu v \mathbb{R}^3 .
- D Soustava má nekonečně mnoho řešení, přičemž množina všech řešení tvoří přímku v \mathbb{R}^3 .
- E Soustava nemá řešení.

- 10** Necht $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ je lineární zobrazení a x, y jsou takové, že platí $f(x + y) = 5$ a $f(2x + 3y) = 12$. Čemu se rovná $f(x)$?

- A 1
- B 2
- C Nedá se určit ze zadání.
- D 0
- *E 3

- 11** Která z následujících trojic vektorů je lineárně nezávislá?

- A $(3, 3, 3), (4, 4, 4), (-2, -2, -2)$
- B $(1, 2, 3), (3, 2, 1), (2, 2, 2)$
- *C $(1, 1, 1), (1, 1, 0), (1, 0, 0)$
- D $(-1, 0, 1), (2, 0, -2), (1, 1, 1)$
- E $(2, 0, 2), (1, 1, 0), (6, 4, 2)$

Matematická analýza

- 12** Která z následujících funkcí typu $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ je **surjektivní**?

- A $1/x$
- *B x^3
- C x^2
- D $|x|$
- E $\sin x$

- 13** Necht f je reálná funkce jedné reálné proměnné, jejíž definiční obor tvoří všechna reálná čísla. Řekneme, že f je *sudá*, jestliže $\forall x \in \mathbb{R} : f(-x) = f(x)$, a že f je *lichá*, jestliže $\forall x \in \mathbb{R} : f(-x) = -f(x)$. Vyberte správné tvrzení.

- A Funkce $f(x) = |x|$ je lichá.
- B Funkce $f(x) = \cos x$ není ani sudá ani lichá.
- C Funkce $f(x) = 2 \sin x + x$ je sudá i lichá zároveň.
- *D Funkce $f(x) = \sin x^2$ je sudá.
- E Funkce $f(x) = x^3 - x$ je sudá.

- 14** Jaký je součet následující nekonečné číselné řady?

$$\sum_{i=0}^{\infty} \left(\frac{1}{2^i} - \frac{1}{2^{i+1}} \right)$$

- A 2
- B $\frac{1}{2}$
- C Není možné určit, řada osciluje.
- *D 1
- E Není možné určit, řada diverguje k $+\infty$.

- 15** Mějme funkci $f(x) = 2x^5 + e^{2e} + e^{2x}$. Která z následujících funkcí je rovna derivaci funkce f ?

- A $5x^4 + 2e^{2x}$
- B $5x^4 + e^{2x}$
- C $10x^4 + 2e^2$
- *D $10x^4 + 2e^{2x}$
- E $5x^4 + e^2$

- 16** Spočtete integrál $\int_0^2 6x^2 - \cos(\pi x) dx$.

- *A 16
- B 1
- C 24
- D 2π
- E 4

Pravděpodobnost

- 17** Uvažme klasickou šestistěnnou kostku. Které dva náhodné jevy jsou na sobě **stochasticky nezávislé**?

- *A padne sudé číslo; padne číslo 5 nebo 6
- B padne sudé číslo; padne číslo 1
- C padne sudé číslo; padne číslo 4, 5 nebo 6
- D padne liché číslo; padne číslo 1
- E padne číslo menší než 4; padne číslo větší než 4

- 18** Mějme pravděpodobnostní prostor a v něm dva náhodné jevy A a B . Čemu je rovna pravděpodobnost $(A \cup B)$?

- *A $P(A) + P(B) - P(A \cap B)$
- B $P(A) \cdot P(B)$
- C $P(A) + P(B) + P(A \cap B)$
- D $P(A) + P(B)$
- E $(P(A) \cdot P(B)) + P(A \cap B)$

19 Mějme **falešnou minci**, na níž padá panna s pravděpodobností 30 % a orel s pravděpodobností 70 %. Jaká je po zaokrouhlení na celá procenta pravděpodobnost, že z pěti hodů touto mincí padne **právě třikrát panna**?

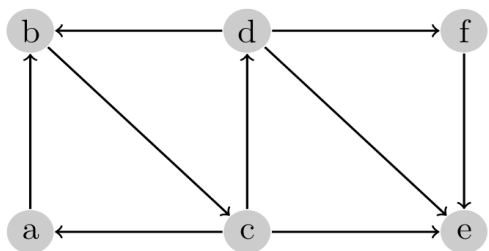
- A 1 %
- *B 13 %
- C 7 %
- D 26 %
- E 2 %

20 Mějme náhodnou veličinu X takovou, že $P(X = 0) = \frac{1}{4}$, $P(X = 2) = \frac{1}{2}$, $P(X = 4) = \frac{1}{4}$. Vypočtěte **rozptyl** náhodné veličiny X . (Pozn.: Zápis $P(X = y)$ značí pravděpodobnost toho, že náhodná veličina X nabude hodnoty y .)

- A 4
- B 8
- *C 2
- D 6
- E 10

Teorie grafů

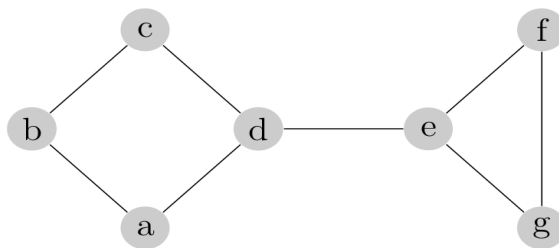
21 Uvažme následující orientovaný graf:



Rozhodněte, které z následujících tvrzení o prohledávání daného grafu **do šířky** z vrcholu a platí. (Nepředpokládáme žádné uspořádání na vrcholech. Pořadí, ve kterém algoritmus prohledání do šířky objevuje nové vrcholy, tedy není jednoznačně dáno.)

- A Vrchol d bude vždy objeven dříve než vrchol e .
- *B Vrchol f bude vždy objeven jako poslední.
- C Vrchol e bude vždy objeven dříve než vrchol b .
- D Vrchol f může být objeven dříve než vrchol e .
- E Vrchol e může být objeven jako poslední.

22 Uvažme následující graf:



Kolik má různých koster?

- A 10
- *B 12
- C 11
- D 14
- E 13

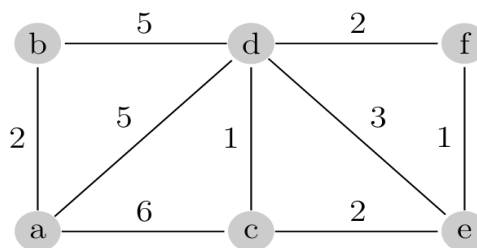
23 Které z následujících tvrzení platí o každém souvislém neorientovaném grafu o 5 vrcholech, který má nejméně dva vrcholy stupně 1?

- A Graf má alespoň 5 hran.
- *B Graf má nejvíce 5 hran.
- C Graf je cyklus.
- D Graf obsahuje vrchol stupně 3.
- E Graf je strom.

24 Kolik trojúhelníků obsahuje úplný graf o 4 vrcholech? (Trojúhelník je graf o 3 vrcholech, ve kterém jsou každé dva vrcholy spojené hranou.)

- A 2
- B 3
- C 5
- D 6
- *E 4

25 Uvažme následující hranově ohodnocený graf:



Jaká je cena (tj. součet ohodnocení hran) jeho minimální kostry?

- A 15
- *B 11
- C 9
- D 14
- E 13