

# FI - Přijímací zkouška - Matematika

Jméno a příjmení - pište do okénka	Číslo přihlášky	Číslo zadání
		80

Test z matematiky se skládá z 25 otázek, kde vybíráte jednu z možných odpovědí a,b,c,d,e. Právě jedna odpověď je správná. Každá správně zodpovězená otázka je hodnocena jedním bodem, chybně zodpovězená otázka je hodnocena -0,25 bodu. Za více vybraných odpovědí nebo žádnou odpověď se započítá nula bodů.

## Množiny, relace, funkce, logika

**1** Která z uvedených predikátových formulí je ekvivalentní následující formulí? (Zde  $P$  je binární predikátový symbol.)

$$\exists x \neg \forall y (P(x, y) \vee \neg P(y, x))$$

**A**  $\neg \exists x \neg \exists y (\neg P(x, y) \wedge P(y, x))$

**B**  $\neg \exists x \neg \exists y (P(x, y) \Rightarrow P(y, x))$

**\*C**  $\neg \forall x \neg \exists y (\neg P(x, y) \wedge P(y, x))$

**D**  $\neg \forall x \neg \exists y (P(x, y) \Rightarrow P(y, x))$

**E**  $\neg \forall x \exists y (\neg P(x, y) \wedge P(y, x))$

**2** Uvažme množinu  $A = \{\{\}, \{\{\}\}, 2\}$ , kde  $\{\}$  značí prázdnou množinu. Určete počet prvků sjednocení  $A \cup \mathcal{P}(A)$ , kde  $\mathcal{P}(A)$  značí množinu všech podmnožin množiny  $A$ .

**A** 11

**B** 2

**C** 3

**\*D** 9

**E** 10

**3** Která z následujících binárních relací na množině  $M = \{1, 2, 3\}$  je injektivní funkcí?

**\*A**  $\{(1, 2), (2, 3), (3, 1)\}$

**B**  $\{(1, 3), (2, 3), (3, 1)\}$

**C**  $\{(1, 2), (2, 2), (1, 3)\}$

**D**  $\{(1, 3), (2, 2), (2, 1)\}$

**E**  $\{(1, 2), (2, 1), (3, 2)\}$

**4** Uvažme následující binární relaci na množině  $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ :

$$\{(1, 2), (3, 4), (4, 5), (3, 3)\}.$$

Kolik nejméně prvků do ní musíme přidat, aby se jednalo o relaci uspořádání? Připomeňme, že relace uspořádání je tranzitivní, reflexivní a antisymetrická.

**\*A** 5

**B** 7

**C** 8

**D** 4

**E** 11

5 Ze které z uvedených výrokových formulí logicky vyplývá následující formule?  
 $\neg((A \vee \neg B) \implies \neg C)$

A  $A \wedge \neg B \wedge \neg C$

B  $(\neg A \vee B) \wedge \neg C$

\*C  $A \wedge \neg B \wedge C$

D  $\neg A \vee B \vee C$

E  $(\neg A \vee B) \wedge C$

## Teorie grafů

6 Kolik existuje vzájemně neizomorfních jednoduchých (tj. bez smyček a vícenásobných hran) neorientovaných grafů na 3 vrcholech?

A 8

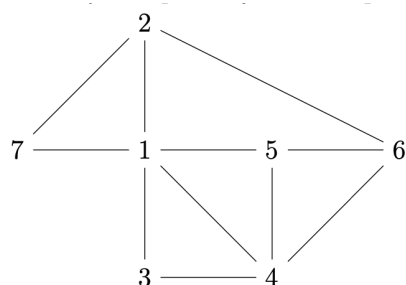
B 6

C 7

D 3

\*E 4

7 Uvažme prohledávání do hloubky z vrcholu 1 v následujícím grafu. V prohledávání do hloubky použijeme přirozené vzestupné uspořádání na vrcholech. Který vrchol je navštíven jako pátý, pokud vrchol 1 počítáme jako první?



A 7

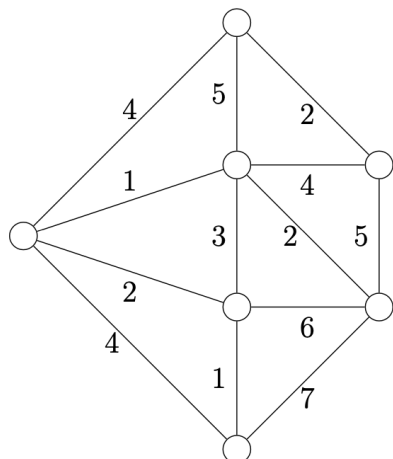
B 5

C 4

D 6

\*E 3

**8** Jaká je hodnota minimální kostry v následujícím grafu?

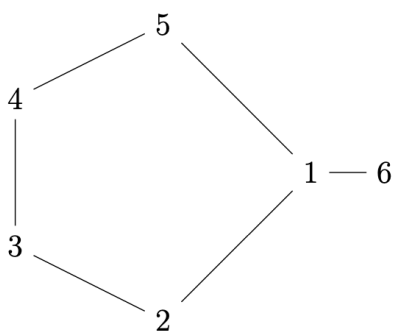


- A 15
- B 11
- C 13
- \*D** 12
- E 14

**9** Které z následujících tvrzení je pravdivé?

- A V každém neorientovaném grafu je součet stupňů vrcholů lichý.
- B V každém orientovaném grafu je součet vstupních stupňů vrcholů sudý.
- \*C** V každém neorientovaném bipartitním grafu je součet stupňů vrcholů sudý.
- D V každé neorientované kružnici na lichém počtu vrcholů je součet stupňů vrcholů lichý.
- E Žádné z ostatních tvrzení není pravdivé.

**10** Kolik existuje jednoduchých cest délky 4 v následujícím grafu? Jednoduchou cestou délky  $k$  chápeme takovou posloupnost  $k$  vrcholů, kde se žádný vrchol nevyskytuje dvakrát a každé dva po sobě jdoucí vrcholy spolu v grafu sousedí.



- A 6
- B 2
- \*C** 14
- D 5
- E 12

**11** Jaký je determinant následující matice?

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 & 0 \\ 4 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 3 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

- A 12
  - B -1
  - C -12
  - \*D 2
  - E 0
- 

**12** Který z následujících vektorů je kolmý na vektor  $(2, -3, 1)$ ?

- \*A  $(4, 5, 7)$
  - B  $(-2, 3, -1)$
  - C  $(1, 0, 0)$
  - D  $(3, -2, 1)$
  - E  $(2, 3, 1)$
- 

**13** Která z následujících matic zadává projekci na přímku zadanou vektorem  $(1, 1)$ ?

- A  $\begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$
  - \*B  $\begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$
  - C  $\begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$
  - D  $\begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$
  - E  $\begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$
- 

**14** Které z následujících tvrzení je pravdivé pro matici  $A$  a vektor  $v$ ?

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 6 & -8 \\ -4 & 10 & -10 \\ -2 & 4 & -3 \end{pmatrix}, v = (1, 2, 1)$$

- \*A Vektor  $v$  je vlastní vektor matice  $A$  příslušící vlastnímu číslu 3.
  - B Vektor  $v$  je vlastní vektor matice  $A$  příslušící vlastnímu číslu 4.
  - C Vektor  $v$  je vlastní vektor matice  $A$  příslušící vlastnímu číslu 2.
  - D Vektor  $v$  je vlastní vektor matice  $A$  příslušící vlastnímu číslu 1.
  - E Vektor  $v$  není vlastní vektor matice  $A$ .
-

- 15** Uvažujme lineární zobrazení  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$  pro které platí  $f(4, 5) = (-1, 2)$  a  $f(2, 3) = (-3, 2)$ . Kterému z následujících vektorů je roven obraz vektoru  $(1, 0)$ ?
- A**  $(-5, 2)$
- B** Obraz není ze zadání jednoznačně určen.
- C**  $(0, 1)$
- D**  $(-4, 4)$
- \*E**  $(6, -2)$

---

## Matematická analýza

---

- 16** Určete obsah plochy ohraničené osou  $x$  a grafem funkce  $f(x) = |x| - x$  na intervalu  $[-1, 1]$ .
- A** 0
- B** 2
- \*C** 1
- D** 3
- E** 4
- 17** Určete infimum následující podmnožiny reálných čísel  $\{\frac{3}{2^n} \mid n \in \mathbb{N}\}$  (Symbolem  $\mathbb{N}$  značíme množinu všech nezáporných celých čísel):
- A**  $\frac{3}{2}$
- B**  $-\infty$
- C** Infimum neexistuje.
- \*D** 0
- E** 3
- 18** V kolika bodech z  $\mathbb{R}$  nelze definovat funkci předpisem  $f(x) = \frac{x^3 - x^2 - 6x}{x^3 - 6x^2 + 9x}$ ?

- A** 1
- B** 3
- C** 0
- \*D** 2
- E**  $\infty$

- 19** Pro které z následujících hodnot  $q$  je řada  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{q^n}$  konvergentní a její hodnota je rovna  $\frac{4}{3}$ ?

- A** 1
- B** 2
- C** 3
- D** 6
- \*E** 4
-

**20** Nalezněte inverzní funkci k funkci  $f : \mathbb{R} \setminus \{2\} \rightarrow \mathbb{R}$ , která je daná předpisem  $f(x) = \frac{3}{2-x}$ .

A  $3 - \frac{2}{x}$

B  $3x - 2$

C  $2x - 3$

\*D  $2 - \frac{3}{x}$

E  $\frac{2}{3-x}$

---

## Pravděpodobnost

---

**21** Anička s Bédou oba dostali dárek pod stromeček. Určete pravděpodobnost, že Bédá dostal lyže, pokud víte následující: Pravděpodobnost, že oba dostali lyže je  $\frac{1}{3}$  a pravděpodobnost, že Anička dostala lyže za předpokladu, že Bédá dostal lyže, je  $\frac{1}{2}$ .

A  $\frac{3}{4}$

\*B  $\frac{2}{3}$

C  $\frac{1}{4}$

D  $\frac{1}{3}$

E  $\frac{1}{2}$

**22** Eva přijde na cvičení s náhodným zpožděním uniformě distribuovaným mezi 0 a 20 minutami. Její cvičící přijde nezávisle na Evě s náhodným zpožděním uniformě distribuovaným mezi 0 a 10 minutami. Jaká je pravděpodobnost, že Eva přijde dříve než její cvičící?

A  $\frac{1}{3}$

B  $\frac{1}{\sqrt{2}}$

\*C  $\frac{1}{4}$

D  $\frac{1}{2}$

E  $\frac{1}{e}$

**23** Kouzelník opakovaně vytahuje králíky z klobouku. Při každém tahu vytáhne s pravděpodobností  $\frac{2}{3}$  bílého a s pravděpodobností  $\frac{1}{3}$  černého králíka. Jaká je pravděpodobnost, že ve třech nezávislých pokusech vytáhne právě dva bílé a jednoho černého králíka? Zaokrouhlete na dvě desetinná místa.

A 0,15

B 0,30

C 0,33

D 0,07

\*E 0,44

---

---

**24** Výsledek hodu mincí interpretujeme tak, že s pravděpodobností  $\frac{1}{2}$  padne 0 a s pravděpodobností  $\frac{1}{2}$  padne 1. Jaký rozptyl má součet tří nezávislých hodů mincí? Zaokrouhlete na dvě desetinná místa.

**\*A** 0,75

**B** 0,15

**C** 0,34

**D** 1,50

**E** 0,8

---

**25** Jev  $A$  má pravděpodobnost 0.9 a jev  $B$  má pravděpodobnost 0.8. Jaká je minimální možná pravděpodobnost jevu  $A \cap B$ ?

**A** 0,8

**B** 0,9

**C** 0

**\*D** 0,7

**E** 0,72

---