

Číslo zadání	Předmět / Odpovědník	Jméno a příjmení / učo
1	FI - Přijímací zkouška: Test z Matematiky (zahájení v 13:00)	
<p>Test z matematiky se skládá z 25 otázek, kde vybíráte jednu z možných odpovědí. Každá otázka má právě jednu správnou odpověď. Každá správně zodpovězená otázka je hodnocena 1 bodem, chybně zodpovězená otázka je hodnocena -0,25 bodu. Za žádnou odpověď se započítá 0 bodů. Jakmile test odevzdáte (kliknutím na tlačítko Odevzdat) a odevzdání potvrdíte, nebude možné se do testu vrátit.</p>		

Množiny, relace, funkce, logika

- Které z následujících tvrzení o formulích výrokové logiky je pravdivé?

(A) Formule $(X \rightarrow Y) \rightarrow X$ je tautologie.
 (B) Formule $(X \rightarrow (Y \rightarrow X)) \rightarrow ((X \rightarrow Y) \rightarrow X)$ je tautologie.
 (C) Formule $X \rightarrow (X \rightarrow Y)$ je tautologie.
 (D) Formule $X \rightarrow (Y \rightarrow X)$ není tautologie.
 *(E) Formule $((X \rightarrow Y) \rightarrow X) \rightarrow (X \rightarrow (Y \rightarrow X))$ je tautologie.
- Na množině \mathbb{R} uvažujeme binární relaci \sim určenou vztahem $x \sim y$, právě když $x - y$ není celé číslo. Které z následujících tvrzení je pravdivé?

(A) Relace \sim není reflexivní a není symetrická.
 (B) Relace \sim je uspořádání.
 (C) Relace \sim je reflexivní.
 (D) Relace \sim je symetrická a je tranzitivní.
 *(E) Relace \sim není tranzitivní.
- Určete, která z následujících binárních relací S na množině \mathbb{R} splňuje, že je neprázdná a $(S \circ S) \cap S = \emptyset$. Symbolem \circ značíme složení relací.

* (A) $(x, y) \in S \iff x \cdot y < 0$
 (B) $(x, y) \in S \iff x - y > 0$
 (C) $(x, y) \in S \iff x - y < 0$
 (D) $(x, y) \in S \iff x \cdot y \geq 0$
 (E) $(x, y) \in S \iff x^2 + y^2 < 0$

- Která z následujících predikátových formulí interpretována na množině celých čísel je pravdivá?

(A) $\neg \exists x \exists y (x > 0 \Rightarrow x \cdot y > 0)$
 *(B) $\forall x \exists y (x > 0 \Rightarrow x \cdot y > 0)$
 (C) $\neg \exists y \forall x (x > 0 \Rightarrow x \cdot y > 0)$
 (D) Žádná z uvedených formulí není pravdivá.
 (E) $\forall x \forall y (x > 0 \Rightarrow x \cdot y > 0)$
- Které z následujících tvrzení je pravdivé?

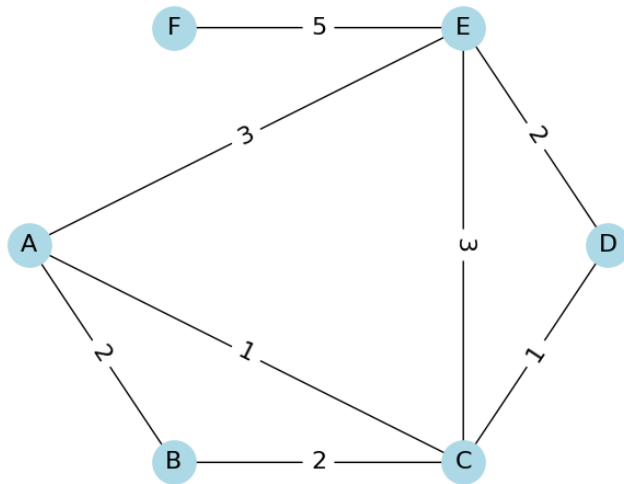
* (A) $\emptyset \subseteq \{\{\emptyset\}\}$
 (B) $\{\emptyset\} \setminus \emptyset = \emptyset$
 (C) $\{\emptyset\} \in \{\emptyset\}$
 (D) $\{\emptyset\} \subseteq \{\{\emptyset\}\}$
 (E) $\{\{\emptyset\}\} \in \{\{\emptyset\}\}$

Teorie grafů

- Kolik nejvýše hran může mít orientovaný graf mající 3 silně souvislé komponenty a 4 vrcholy.

* (A) 7
 (B) 12
 (C) 2
 (D) 1
 (E) 0

7. Jaká je hodnota minimálních koster následujícího grafu?



- A 9
 B 11
 C 8
 D 12
 E 13

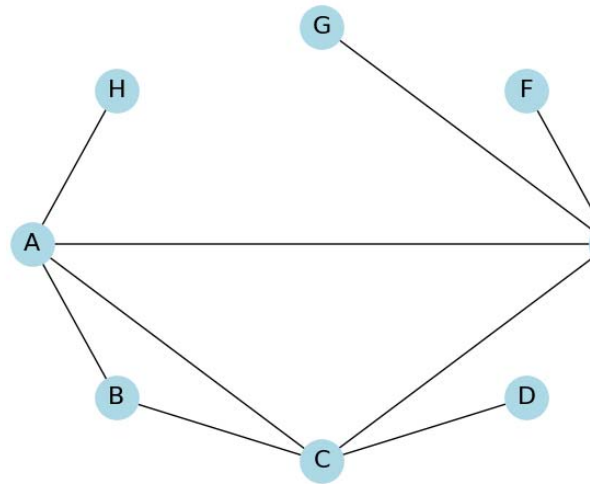
8. Která z následujících matic je maticí sousednosti nějakého neorientovaného grafu bez cyklů?

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad D = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

- A B
 B A
 C D
 D C
 E žádná

9. Kolik koster má následující graf?



- A 8
 B 7
 C 10
 D 5
 E 6

10. Kolik nejvýše hran může mít bipartitní graf na sedmi vrcholech?

- A 24
 B 42

C 28
 D 21
 E 14

Lineární algebra

11. Součet kterých dvou z následujících matic je diagonální matice?

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -2 & 2 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$$

- A A + B
 B A + C
 C B + C
 D D + A
 E C + D

12. Která matice je inverzí následující matice?

$$\begin{pmatrix} 0 & -2 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$$

(A) Matice nemá inverzi.

(B) $\begin{pmatrix} 0 & 3 \\ -2 & 2 \end{pmatrix}$

* (C) $\begin{pmatrix} 1/3 & 1/3 \\ -1/2 & 0 \end{pmatrix}$

(D) $\begin{pmatrix} 1/3 & 1/6 \\ -1/2 & 1/4 \end{pmatrix}$

(E) $\begin{pmatrix} 0 & 1/6 \\ -1/2 & 1 \end{pmatrix}$

13. Který vektor je lineární kombinací vektorů $u = (2, 0, -3)$ a $v = (0, -4, 3)$ v \mathbb{R}^3 ?

* (A) $(4, 4, -9)$

(B) $(2, -4, 3)$

(C) $(4, -4, 0)$

(D) $(2, 4, 0)$

(E) $(2, 4, 3)$

14. Určete determinant následující matice

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 0 \\ 3 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & -2 & 1 \end{pmatrix}.$$

(A) 2

(B) 8

(C) 15

* (D) 6

(E) 12

15. Uvažme lineární zobrazení $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^5$. Víme, že $f(1, 0, 1) = (1, 2, 3, 4, 5)$. Kolik dalších funkčních hodnot f musíme nejméně zadat, aby bylo f jednoznačně určeno.

(A) 1

(B) 5

(C) 4

(D) 3

* (E) 2

16. Určete supremum následující podmnožiny reálných čísel: $[0, 1] \setminus \mathbb{Q}$.

(A) Množina má více než jedno supremum.

(B) Supremum neexistuje.

* (C) 1

(D) ∞

(E) 0

17. Určete součet řady $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{7 \cdot 2^{n-1}}{5 \cdot 3^n}$.

* (A) $\frac{21}{10}$

(B) 0

(C) $\frac{7}{15}$

(D) $\frac{21}{5}$

(E) $\frac{7}{5}$

18. Vypočítejte následující limitu:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{7 \cdot 2^n - 5}{5 \cdot 3^n - 4}$$

(A) ∞

(B) $\frac{5}{4}$

(C) $\frac{7}{5}$

* (D) 0

(E) Limita neexistuje.

19. Které z následujících tvrzení obecně neplatí pro funkci $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$?

(A) Pokud má f derivaci na celém \mathbb{R} , pak je neklesající právě tehdy, když $f'(x) \geq 0$ pro všechna $x \in \mathbb{R}$.

(B) Pokud má funkce f v bodě x_0 lokální extrém a $f'(x_0)$ existuje, pak $f'(x_0) = 0$.

(C) Pokud $f'(x_0)$ a $f''(x_0)$ existují, $f'(x_0) = 0$ a $f''(x_0) < 0$, pak má f v bodě x_0 lokální maximum.

(D) Pokud je funkce f rostoucí, pak neexistuje neprázdný otevřený interval z \mathbb{R} , na kterém by platila rovnost $f'(x) = 0$.

* (E) Pokud $f'(x_0)$ existuje a $f'(x_0) = 0$, pak má f v bodě x_0 lokální extrém.

20. Funkce $\arctan x$ je primitivní k funkci $\frac{1}{x^2+1}$ na \mathbb{R} . Která z následujících funkcí je primitivní k funkci $\frac{1}{x^2+4}$?
- * (A) $\frac{1}{2} \arctan \frac{x}{2}$
 - (B) $2 \arctan \frac{x}{2}$
 - (C) $\frac{1}{2} \arctan 2x$
 - (D) $2 \arctan 2x$
 - (E) $\frac{1}{2} \arctan x$
-

Pravděpodobnost

21. Jaká je pravděpodobnost, že náhodná permutace slova KOKOS bude mít na prvním místě písmeno K?
- (A) $7/12$
 - * (B) $2/5$
 - (C) $1/5$
 - (D) $1/3$
 - (E) $1/6$
-
22. Adéla si háže mincí. Pokud jí při prvním hození padne panna, napíše na papír číslo 1. Pokud jí padne orel, hodí mincí znovu a na papír napíše -1 nebo 3 podle toho, jestli jí padla panna nebo orel. Necht' X je náhodná proměnná rovna výslednému číslu na papíře. Určete rozptyl X .
- * (A) 2
 - (B) 1
 - (C) $8/3$
 - (D) $4/3$
 - (E) 0
-
23. Honza má dva klobouky. V prvním jsou dvě bílé kuličky, v druhém jsou tři černé. Honza náhodně vybere jednu kuličku z každého klobouku a prohodí je. Toto opakuje ještě jednou. Jaká je pravděpodobnost, že po těchto dvou prohozeních budou v prvním klobouku dvě kuličky stejné barvy?
- (A) $3/5$
 - (B) $1/3$
 - (C) $1/4$
 - (D) $2/3$
 - * (E) $1/2$
-

24. Jaká je střední hodnota součinu výsledků dvou nezávislých hodů férovou šestistěnnou kostkou.
- (A) $64/9$
 - (B) 36
 - * (C) $49/4$
 - (D) 9
 - (E) 7
-

25. Jaká je pravděpodobnost, že součet dvou čísel, která padla na férových šestistěnných kostkách, je větší než 10, pokud je aspoň jedno z hozených čísel sudé?
- (A) $1/6$
 - (B) $1/3$
 - (C) $1/4$
 - * (D) $1/9$
 - (E) $1/12$