

Číslo zadání	Předmět / Odpovědník	Jméno a příjmení / učo
1	FI - Přijímací zkouška: Test z Matematiky (zahájení v 13:00)	
<p>Test z matematiky se skládá z 25 otázek, kde vybíráte jednu z možných odpovědí. Každá otázka má právě jednu správnou odpověď. Každá správně zodpovězená otázka je hodnocena 1 bodem, chybně zodpovězená otázka je hodnocena -0,25 bodu. Za žádnou odpověď se započítá 0 bodů. Jakmile test odevzdáte (kliknutím na tlačítko Odevzdat) a odevzdání potvrdíte, nebude možné se do testu vrátit.</p>		

Množiny, relace, funkce, logika

1. Uvažujme bijektivní funkci $f : \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$. Které z uvedených tvrzení je pravdivé?

- (A) Funkce $2f(x)$ je surjektivní.
- (B) Funkce $(f(x))^2 + 1$ je injektivní.
- (C) Funkce $f(x) + 1$ není bijektivní.
- * (D) Funkce $2f(x) + 1$ je injektivní.
- (E) Funkce $(f(x))^2 + 1$ je surjektivní.

2. Uvažujme následující binární relaci na množině všech podmnožin množiny celých čísel:

$$(A, B) \in R \iff A \cap B = A.$$

Které z uvedených tvrzení o relaci R je pravdivé?

- (A) R je symetrická.
- (B) R není reflexivní.
- * (C) R je tranzitivní.
- (D) R není antisymetrická.
- (E) R je prázdná.

3. Kolik podmnožin s nejvýše dvěma prvky má množina $\{1, \{1\}, \{1, \{1\}\}, \{1, 2\}\}$?

- (A) 9
- (B) 6
- (C) 10
- (D) 12
- * (E) 11

4. Která z uvedených formulí predikátové logiky interpretované nad množinou všech podmnožin celých čísel je pravdivá? Symbol \subseteq se realizuje jako standardní množinová inkluze.

- (A) $\forall x \forall y (y \subseteq x)$
- * (B) $\neg(\exists x \forall y \neg(y \subseteq x))$
- (C) $\exists x \forall y \neg(x \subseteq y)$
- (D) $\forall x \forall y (x \subseteq y)$
- (E) $\exists x \forall y \neg(y \subseteq x)$

5. Uvažujme dvě relace uspořádání R a S na množině M . Které z uvedených tvrzení je obecně pravdivé o relaci $R \cup S$ na množině M ?

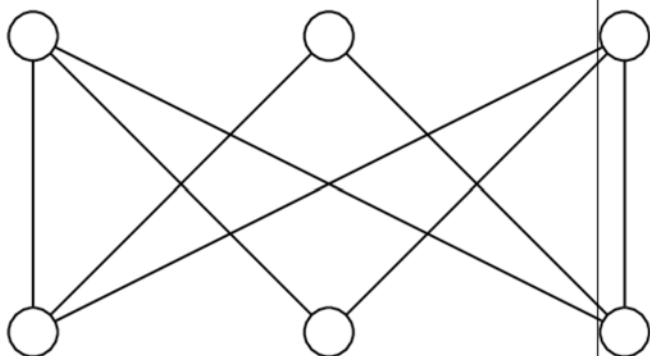
- (A) $R \cup S$ je uspořádání.
- (B) $R \cup S$ je tranzitivní a není symetrická.
- * (C) $R \cup S$ je reflexivní.
- (D) $R \cup S$ je ekvivalence.
- (E) $R \cup S$ není tranzitivní a je symetrická.

6. Která z následujících formulí výrokové logiky je tautologie?

- (A) $(A \Rightarrow B) \wedge \neg B$
- (B) $(A \Rightarrow B) \wedge A$
- (C) $(A \Rightarrow B) \vee \neg A$
- * (D) $(B \Rightarrow A) \vee \neg A$
- (E) $(B \Rightarrow A) \vee A$

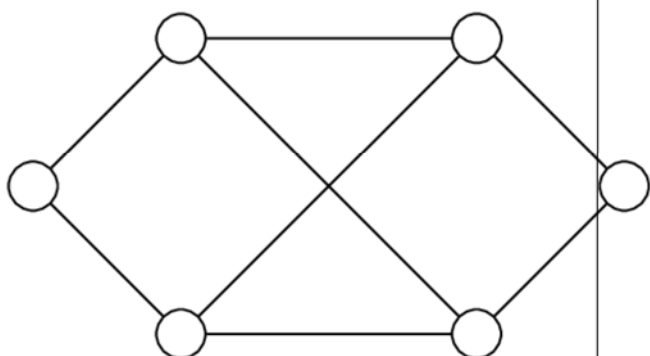
Teorie grafů

7. Necht' G je následující graf:

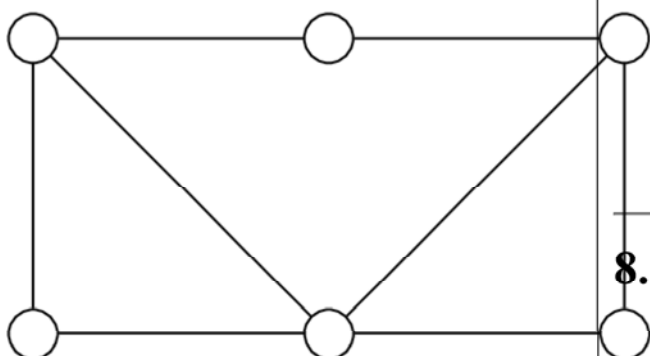


Který z uvedených grafů je izomorfní G ?

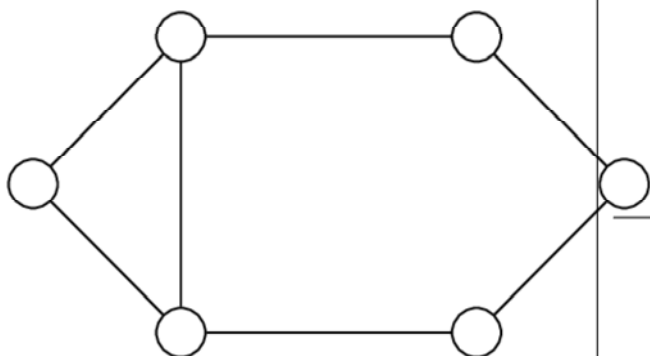
***(A)**



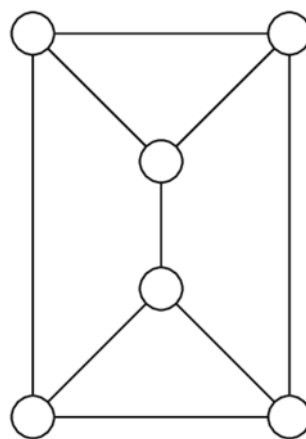
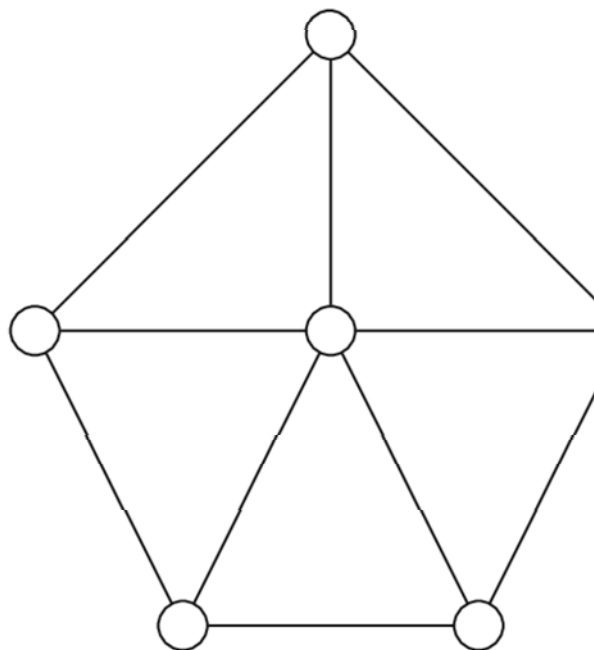
(B)



(C)



(D)



(E)

8. Necht' S je kořenový ternární strom (tedy každý vrchol má nanejvýš tři syny) hloubky 2024. Hloubku definujeme jako počet hran na nejdelší cestě začínající v kořeni. Kolik může mít S nanejvýš vrcholů?

(A) $2 \cdot 2024^3$

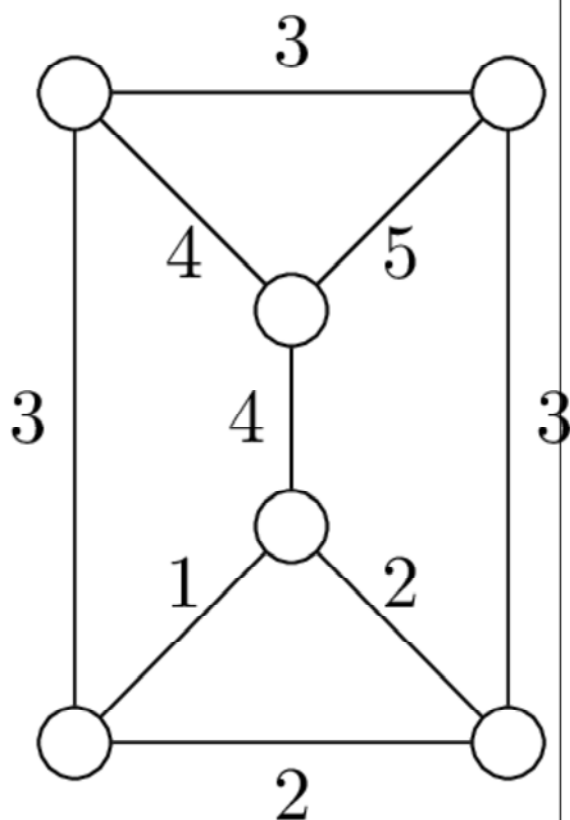
(B) $\frac{1}{2}(2025^3 - 1)$

(C) $2 \cdot 3^{2024}$

(D) 2025

***(E)** $\frac{1}{2}(3^{2025} - 1)$

9. Na obrázku vidíte ohodnocený neorientovaný graf. Jaká je váha jeho minimální kostry?



- A 11
 B 15
 C 12
 D 14
 E 13

10. Na následujících řádcích je zadán orientovaný ohodnocený graf pomocí seznamu následníků. Tedy pro každý vrchol X máme seznam dvojic, kde první položka dvojice je vrchol takový, že do něj vede hrana z X , a druhá položka je ohodnocení této hrany:

$$A \rightarrow [(B, 8)]$$

$$B \rightarrow [(B, 1)]$$

$$C \rightarrow [(F, 2), (A, 1), (D, 3)]$$

$$D \rightarrow [(A, 2), (C, 1), (B, 4)]$$

$$E \rightarrow [(F, 3), (C, 4)]$$

$$F \rightarrow [(A, 3)].$$

Určete délku nejkratší cesty z vrcholu E do vrcholu B .

- A 10
 B 14
 C 12
 D 11
 E 13

11. Kolik hran je třeba odebrat z K_4 (úplného grafu na čtyřech vrcholech) tak, abychom jeho vrcholy mohli obarvit dvěma barvami a vrcholy spojené hranou byly obarvené různou barvou?

- A 4
 B 0
 C 1
 D 3
 E 2

Lineární algebra

12. Uvažme následující matice:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 & 7 \\ 2 & 4 & 6 & 8 \end{pmatrix}.$$

O determinantu jejich součinu $A \cdot B$ platí, že

- A není definován.
 B je necelé číslo.
 C je záporné celé číslo.
 D je roven 0.
 E je kladné celé číslo.

13. Nalezněte souřadnice vektoru $(0, 1, -5) \in \mathbb{R}^3$ v bázi $((1, 0, 1), (1, -1, 0), (1, 1, 1))$.
- *A $(-11, 5, 6)$
 - B $(-10, 6, 5)$
 - C Souřadnice neexistují, protože uvažovaná trojice vektorů netvoří bázi \mathbb{R}^3 .
 - D $(-6, 3, 3)$
 - E $(0, 5, -5)$
-

14. O množině všech řešení soustavy rovnic nad \mathbb{R}
 $x + 2y + 3z = 4$
 $3x - y + 5z = -1$
 $x - 12y - 5z = -22$
platí:
- A Tato množina tvoří rovinu v \mathbb{R}^3 .
 - B Tato množina obsahuje jediný bod.
 - C Tato množina tvoří celý prostor \mathbb{R}^3 .
 - D Tato množina je prázdná.
 - *E Tato množina tvoří přímku v \mathbb{R}^3 .
-

15. Uvažme všechna $x \in \mathbb{R}$ taková, že
$$\begin{pmatrix} \frac{1}{2} & 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} \\ 0 & 2 & 0 \\ \frac{-\sqrt{3}}{2} & 0 & \frac{1}{2} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ x \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1-\sqrt{3}}{2} \\ 6 \\ x \end{pmatrix}.$$
- Pak platí:
- *A Žádné takové x neexistuje.
 - B Existuje konečně mnoho x , ale více jak jedno, přičemž jejich součet není roven 0.
 - C Existuje nekonečně mnoho x .
 - D Existuje konečně mnoho x , ale více jak jedno, přičemž jejich součet je roven 0.
 - E Existuje právě jedno x .
-

16. Nechť $x, y \in \mathbb{R}$ a uvažme vektor $v = (x, -y - 1, -y, 2)$. Který z následujících vektorů je vždy kolmý na v ? (Ať už jsou x, y zvoleny libovolně.)
- *A $(0, 2, -2, 1)$
 - B $(1, 1, 1, 1)$
 - C $(0, 1, 1, 0)$
 - D $(3, 4, 1, 1)$
 - E $(1, 5, -1, -5)$
-

17. Na kterém z následujících intervalů je funkce $f : \mathbb{R} \setminus \{0\} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \left|\frac{1}{x}\right|$ rostoucí?
- A Žádná z uvedených možností není správná.
 - B $(1, 2)$
 - *C $(-2, 0)$
 - D $(-1, 1)$
 - E $(0, 1)$
-

18. Nalezněte inverzní funkci k funkci $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, která je daná předpisem $f(x) = \frac{1}{2}\sqrt[5]{x} + 3$.
- *A $32(x - 3)^5$
 - B $-\frac{1}{2}x^5 - 3$
 - C $\frac{1}{3}(x - 2)^5$
 - D $\frac{1}{3}(x^5 - 32)$
 - E $2x^5 + \frac{1}{3}$
-

19. Určete obsah plochy ohraničené osou x a grafem funkce $e^{-x} + \frac{1}{e}$ na intervalu $[0, 1]$.
- A e^{-1}
 - B 0
 - C $2e^{-1}$
 - D e
 - *E 1
-

20. Jak je nutno dodefinovat funkci $f(x) = \frac{3x^2 - 10x - 8}{2x^2 - 5x - 12}$ v bodě 4 tak, aby byla spojitá na celém intervalu $(0, \infty)$?
- A $\frac{9}{10}$
 - B Funkci f takto dodefinovat nelze.
 - C ∞
 - *D $\frac{14}{11}$
 - E $\frac{3}{2}$
-

Matematická analýza

21. Uvažujme funkci $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ splňující $f(0) = 2$, $f(1) = -2$. Která z následujících možností je dostatečnou podmínkou pro to, aby tato funkce měla kořen na intervalu $(0, 1)$?
- (A) Žádná z uvedených možností není správná.
 - (B) Funkce f je klesající.
 - (C) Funkce f má limitu v každém bodě \mathbb{R} .
 - * (D) Funkce f je spojitá na \mathbb{R} .
 - (E) Funkce f je bijektivní.
-

Pravděpodobnost

22. Bob si chce vsadit na jednoho ze tří závodních koní. Někdo mu prozradil, že pravděpodobnost jejich vítězství je $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$ a $\frac{1}{6}$. Bohužel neví, který je který, a tak si koně vybral náhodně. Jaká je pravděpodobnost, že si vybral koně s největší šancí na vítězství, pokud víme, že jeho zvolený kůň prohrál?
- (A) $\frac{1}{2}$
 - (B) 0
 - (C) $\frac{1}{3}$
 - (D) $\frac{1}{6}$
 - * (E) $\frac{1}{4}$
-

23. Seznamuje se 6 manželských párů. Každá dvojice lidí si podá ruku, kromě manželských párů. Kolik podání ruky se uskuteční?
- (A) 66
 - (B) 30
 - (C) 126
 - * (D) 60
 - (E) 6
-

24. Student úspěšně absolvuje zkoušku s pravděpodobností 0,8. V případě neúspěchu jde ke zkoušce podruhé s pravděpodobností úspěchu 0,7. U třetího pokusu je pravděpodobnost úspěchu již jen 0,6. Jaká je pravděpodobnost, že student složí zkoušku až na třetí pokus?
- (A) 0,6
 - (B) 0,024
 - (C) 1
 - * (D) 0,036
 - (E) 0,2
-

25. Spočítejte rozptyl náhodné veličiny $2X + 1$, kde X je náhodná veličina s oborem hodnot $\{-2, -1, 1, 2\}$ a s následující pravděpodobnostní funkcí:

$$p_X(x) = \begin{cases} 1/3 & x \in \{-2, -1\}, \\ 1/6 & x \in \{1, 2\}. \end{cases}$$

- (A) $1/4$
- * (B) 9
- (C) $9/4$
- (D) 18
- (E) 10