FI - Přijímací zkouška: Test z Matematiky

Jméno a příjmení – pište do okénka	*Číslo přihlášky*	*Číslo zadání*
		3

Test z matematiky se skládá z 25 otázek, kde vybíráte jednu z možných odpovědí. Každá otázka má právě jednu správnou odpověď. Každá správně zodpovězená otázka je hodnocena 1 bodem, chybně zodpovězená otázka je hodnocena -0,25 bodu. Za žádnou odpověď se započítá 0 bodů. Jakmile test odevzdáte (kliknutím na tlačítko Odevzdat) a odevzdání potvrdíte, nebude možné se do testu vrátit.

Množiny, Relace, Funkce, Logika

1 Rozhodněte, která z následujících rovností platí pro každé tři množiny A, B, C takové, že $A, B \subseteq C$. (Symbol X^C značí doplněk množiny X vzhledem k C.)

A $A^C \cap (A \cup B) = (A \cup B) \setminus A^C$

***B** $A^C \cap (A \cup B) = B \setminus (A \setminus B^C)$

C Žádná z ostatních možností není pravdivá.

D $A^C \cap (A \cup B) = A^C \cup (B^C \setminus A)$

E $A^C \cap (A \cup B) = (A \cup B^C) \setminus A^C$

2 Která z následujících funkcí je surjektivní funkce z množiny $\mathbb{R}^+$ na množinu $\mathbb{R}$? (Symbol $\mathbb{R}^+$ značí množinu kladných reálných čísel.)

A $f(x) = e^x$

B $f(x) = -x$

C $f(x) = \sqrt{x}$

D $f(x) = x^3$

***E** $f(x) = \ln(x)$

3 Kolika způsoby lze přiřadit pravdivostní hodnoty výrokovým proměnným X, Y a Z tak, aby byla následující formule splněna? $(\neg X \wedge Y) \Rightarrow \neg((Z \Rightarrow Y) \vee X)$

***A** 6

B 3

C 5

D 4

E 7

4 Které z následujících tvrzení je pravdivé pro každou neprázdnou množinu A?

A Symetrický uzávěr relace R na A je vždy ekvivalence.

B Pro každou relaci R na A existuje ekvivalence E na A taková, že $E \subseteq R$.

C Pro každou ekvivalenci E na A existuje uspořádání U na A takové, že $E \subseteq U$.

***D** Pro každé uspořádání U na A existuje ekvivalence E na A taková, že $U \subseteq E$.

E Pro každou relaci R na A existuje uspořádání U na A takové, že $R \subseteq U$.

5 Kolik podmnožin množiny $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ obsahuje alespoň jedno sudé číslo?

A 32

B 46

C 63

***D** 56

E 20

Teorie grafů

6 Které z následujících tvrzení je pravdivé?

A Všechny souvislé neorientované grafy na třech vrcholech jsou izomorfní.

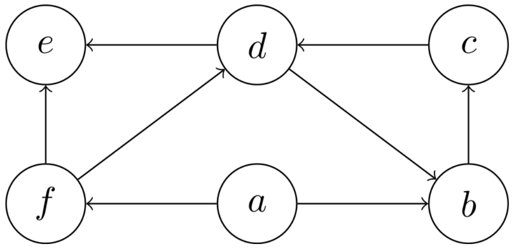
B Každý neorientovaný graf, který neobsahuje cyklus, je strom.

C Každý strom má právě tolik vrcholů, kolik má hran.

***D** Každý silně souvislý orientovaný graf na alespoň dvou vrcholech obsahuje orientovaný cyklus.

E Úplný neorientovaný graf na třech vrcholech není rovinný.

7 Rozhodněte, která z následujících posloupností vrcholů nemůže vzniknout jako pořadí objevení vrcholů při prohledání grafu do hloubky z vrcholu a. Nepředpokládáme žádné uspořádání na vrcholech. Pořadí, ve kterém algoritmus prohledávání do hloubky objevuje nové vrcholy, tedy není jednoznačně dáno.



***A** a, f, b, e, d, c

B a, b, c, d, e, f

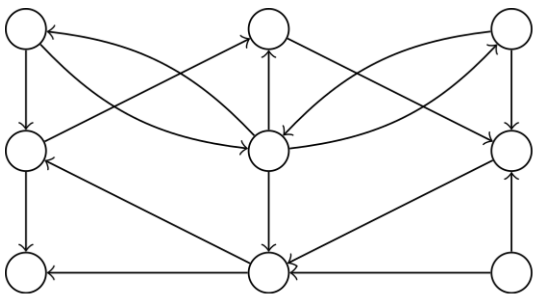
C a, f, e, d, b, c

D a, f, d, e, b, c

E a, f, d, b, c, e

---

8 Kolik má následující graf silně souvislých komponent?



***A** 4

B 2

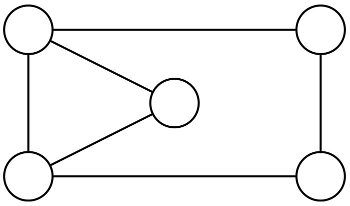
C 5

D 1

E 3

---

9 Určete počet podgrafů následujícího grafu, které jsou stromem na čtyřech vrcholech.



A 13

***B** 12

C 11

D 10

E 9

---

10 Uvažujme úplný neorientovaný graf na šesti vrcholech. Kolik má podgrafů, které jsou izomorfní úplnému grafu na čtyřech vrcholech?

A 17

B 18

C 13

***D** 15

E 10

Lineární algebra

---

11 Který z následujících vektorů je obrazem ortogonální projekce vektoru $(2, 0)$ na přímku v $\mathbb{R}^2$ danou směrovým vektorem $(-1, 1)$?

A $(-1, 0)$

***B** $(1, -1)$

C $(-2, 2)$

D $(-2, 0)$

E $(2, -2)$

12 Která z následujících matic zadává lineární zobrazení $\mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$, které odpovídá středové souměrnosti podle počátku? Uvažujeme násobení maticí zleva.

***A** $\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$

B $\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$

C $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$

D $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$

E $\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

13 Která z následujících hodnot je vlastním číslem lineárního zobrazení $\mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ daného maticí $\begin{pmatrix} -9 & 1 \\ -1 & -7 \end{pmatrix}$? Uvažujeme násobení maticí zleva.

A -7

B 1

***C** -8

D 9

E 8

14 Najděte souřadnice vektoru $(4, 16, 14) \in \mathbb{R}^3$ v bázi $((2, -1, 1), (0, 3, 3), (2, 2, -2))$.

A $(2, 3, 0)$

B $(1, 6, 3)$

***C** $(1, 5, 1)$

D $(2, -2, 3)$

E $(5, 4, 1)$

15 Jaká je dimenze vektorového prostoru generovaného množinou vektorů $\{(1, -2, 0, 1), (3, 0, 1, 2), (2, 2, 1, 1), (-1, -4, -1, 0)\}$?

***A** 2

B 4

C 1

D 3

E 5

Matematická analýza

16 Pro kterou z následujících funkcí $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ platí, že její primitivní funkcí je funkce $g(x)$ zadaná předpisem $g(x) = x^4 + 2e^{2x} - \sin(x)$?

A $f(x) = \frac{x^5}{5} + e^{2x} - \cos(x)$

B $f(x) = 4x^3 - 2xe^x - \cos(x)$

C $f(x) = 4x^3 + 2xe^x + \cos(x)$

D $f(x) = \frac{x^5}{5} + e^{2x} + \cos(x)$

***E** $f(x) = 4x^3 + 4e^{2x} - \cos(x)$

17 Dolpňte pravdivé tvrzení. Funkce $f(x) = 1/x + \sin(x)$ je na intervalu $(-\infty, -1)$:

***A** omezená
B konkávní
C periodická
D klesající
E rostoucí

18 Jaké hodnotě je rovna následující jednostranná limita? $\lim_{x\to 0^+} \sin(-\ln(x))$

A 0

B ∞

C -1

***D** Limita neexistuje.

E 1

19 Nechť $f(x) : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ je funkce definovaná předpisem $f(x) = \sin(x)+x$. Kolik má f na intervalu $[1, 20]$ lokálních extrémů?

A 1

***B** 0

C 3

D 4

E 6

20 Který z následujících předpisů nezadává spojitou funkci na $\mathbb{R}$?

A $f(x) = \frac{1}{e^x}$

B $f(x) = x^2 + 2x + 1$

***C** $f(x) = \frac{x}{x^3+1}$

D $f(x) = e^{\frac{1}{\sin(x)+2}}$

E $f(x) = \sin(|x|)$

Pravděpodobnost

21 Jana, Anna a Hana přišly na vyučovací hodinu každá s uniformě náhodným zpožděním mezi 0 a 10 minutami. Zpoždění jsou navíc stochasticky nezávislá. Jaká je pravděpodobnost, že Jana přišla před Annou nebo Hana před Janou?

***A** $5/6$

B $1/2$

C $2/3$

D $1/6$

E $3/4$

---

22 Adéla chodí do školy pěšky nebo jede tramvají. Pokud prší, jde pěšky s pravděpodobností $1/5$. Pravděpodobnost toho, že prší a jede tramvají, je $1/3$. Jaká je pravděpodobnost toho, že neprší?

A $5/11$

***B** $7/12$

C $8/15$

D $3/11$

E $3/4$

---

23 Nechť X je náhodná veličina označující počet pozorovaných "orlů" při třech nezávislých hodech férovou mincí. Jaký je rozptyl této náhodné veličiny?

A 3

B $\sqrt{3}/2$

***C** $3/4$

D $\sqrt{3}/4$

E $4/3$

---

24 Jindra čeká na balíček, který dorazí někdy během příštího týdne, od pondělí do neděle. Doručovací služba však doručuje pouze v pondělí, ve čtvrtek, v pátek nebo v sobotu. Všechny tyto dny jsou stejně pravděpodobné. Pokud balíček dorazí v pondělí, Jindra čeká 1 den. Jaká je střední hodnota počtu dní, které Jindra bude čekat na balíček?

A 5

***B** 4

C $9/2$

D $17/16$

E $19/16$

---

25 Kolika způsoby může 5 (rozlišitelných) studentů vytvořit dvě fronty před dvěma (rozlišitelnými) přepážkami studijního oddělení, pokud každá fronta obsahuje aspoň jednoho studenta? Každý student musí stát v právě jedné frontě.

A 700

B 72

C 120

***D** 480

E 144